

Uma Análise Comparativa do Desempenho do Algoritmo GDE3 com Diferentes Estratégias de Evolução Diferencial em Problemas de Otimização Multiobjetivo

Nicholas Pereira Cristofaro
Aluno de Engenharia da
Computação

Prof. Dênis E. C. Vargas
Orientador/DM

Prof(a). Elizabeth F. Wanner
Coorientadora/DECOM

December 12, 2021

1. Introdução
2. Experimentos Numéricos
3. Resultados
4. Conclusões

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Inicialmente introduzida por Storn and Price (1997), a Evolução Diferencial (ED) define uma sequência de passos aplicados aos vetores que pertencem a um conjunto que representa uma população de indivíduos em uma geração. O algoritmo começa criando aleatoriamente uma população inicial de NP indivíduos do tipo $\mathbf{x}_{i,G} \in \mathbb{R}^n$ (i -ésimo indivíduo da população na geração G).
- Uma das partes mais importantes do algoritmo da ED é a mutação.
- Originalmente, a mutação da ED (chamada rand/1) seleciona 3 vetores aleatoriamente para gerar o vetor experimental da seguinte forma:

$$\mathbf{v} = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3})$$

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

Algorithm 1 Mutação rand/1 e Cruzamento da ED.

- 1: Sorteia-se três vetores $\mathbf{x}_{r1,G}$, $\mathbf{x}_{r2,G}$ e $\mathbf{x}_{r3,G}$ da popula o.
 - 2: $j \leftarrow$ inteiro entre 1 e D escolhido aleatoriamente,
 - 3: **for** $k = 1 : D$ **do**
 - 4: **if** $rand < CR$ ou $k = j$ **then**
 - 5: $u_{k,i,G} = x_{k,r1,G} + F(x_{k,r2,G} - x_{k,r3,G})$
 - 6: **else**
 - 7: $u_{k,i,G} = x_{k,i,G}$
 - 8: **end if**
 - 9: **end for**
-

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- O *Third Evolution Step of Generalized Differential Evolution (GDE3)* (Kukkonen and Lampinen, 2005) é o MOEA (*Multi-objective Evolutionary Algorithm*) baseado em ED mais utilizado na literatura.
- Bilal et al. (2020) faz um survey de mais de 2 décadas de pesquisa com ED e o GDE3 foi o único MOEA baseado em ED que possui mais de 500 citações.
- Também obteve o 2o lugar na competição do CEC em 2007.

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

DE and its variants with citations above 500.

Variants	Year	Number of citation
Basic Differential Evolution (DE) (Storn and Price, 1997)	1996	20 366
Self-Adaptive Differential Evolution (SaDE) (Qin and Suganthan, 2005)	2005	2410
Adaptive Differential Evolution with Optional External Archive (JADE) (Zhang and Sanderson, 2009)	2009	1888
Opposition Based Differential Evolution (ODE) (Rahnamayan et al., 2008)	2008	1296
Neighborhood Based Differential Evolution (NDE) (Das et al., 2009)	2009	960
Composite Differential Evolution (CoDE) (Wang et al., 2011)	2011	898
Fuzzy Adaptive Differential Evolution (FADE) (Liu and Lampinen, 2005)	2005	857
Generalized Differential Evolution (GDE3) (Kukkonen and Lampinen, 2005)	2005	523

Figure 1.1: (Bilal et al., 2020)

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

Performance of DE variants in different CEC competition.

DE variant	CEC competition	Rank
SaDE (Qin and Suganthan, 2005)	CEC 2005	3rd
ϵ _DE (Takahama and Sakai, 2006)	CEC 2006	1st
GDE3 (Kukkonen and Lampinen, 2005)	CEC 2007	2nd
jDEdynNP-F (Brest et al., 2008)	CEC 2008	3rd
jDE (Brest et al., 2006)	CEC 2009	1st
ϵ DEg (Takahama and Sakai, 2010)	CEC 2010	1st
DE-ACr (Reynoso-Meza et al., 2011)	CEC 2011	2nd
SHADE (Tanabe and Fukunaga, 2013)	CEC 2013	4th
L-SHADE (Tanabe and Fukunaga, 2014)	CEC 2014	1st
SPS-L-SHADE-EIG (Guo et al., 2015)	CEC 2015	1st
L-SHADE-Epsin (Awad et al., 2016a)	CEC 2016	1st
L-SHADE-cnEpsin (Awad et al., 2017a)	CEC 2017	3rd
L-SHADE-RSP (Akhmedova et al., 2018)	CEC 2018	2nd

Figure 1.2: (Bilal et al., 2020)

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

Input : $D, G_{max}, NP \geq 4, F \in (0, 1+], CR \in [0, 1]$, and initial bounds: $\bar{x}^{(lo)}, \bar{x}^{(hi)}$
 Initialize : $\left\{ \begin{array}{l} \forall i \leq NP \wedge \forall j \leq D : x_{j,i,G=0} = x_j^{(lo)} + rand_j[0, 1] \cdot (x_j^{(hi)} - x_j^{(lo)}) \\ i = \{1, 2, \dots, NP\}, j = \{1, 2, \dots, D\}, G = 0, m = 0, rand_j[0, 1] \in [0, 1), \end{array} \right.$

While $G < G_{max}$

Mutate and recombine:
 $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$, randomly selected,
 except mutually different and different from i
 $j_{rand} \in \{1, 2, \dots, D\}$, randomly selected for each i

$$\forall j \leq D, u_{j,i,G} = \begin{cases} x_{j,r_3,G} + F \cdot (x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G}) & \text{if } rand_j[0, 1] < CR \vee j = j_{rand} \\ x_{j,i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Select :

$$\forall i \leq NP \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_{i,G+1} = \begin{cases} \bar{u}_{i,G} & \text{if } \bar{u}_{i,G} \leq_c \bar{x}_{i,G} \\ \bar{x}_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases} \end{array} \right.$$

Set :

$$\begin{array}{l} m = m + 1 \\ \bar{x}_{NP+m,G+1} = \bar{u}_{i,G} \end{array} \quad \text{if} \quad \begin{cases} \forall j : g_j(\bar{u}_{i,G}) \leq 0 \\ \wedge \\ \bar{x}_{i,G+1} = \bar{x}_{i,G} \\ \wedge \\ \bar{x}_{i,G} \not\leq_c \bar{u}_{i,G} \end{cases}$$

While $m > 0$

Select $\bar{x} \in \{\bar{x}_{1,G+1}, \bar{x}_{2,G+1}, \dots, \bar{x}_{NP+m,G+1}\}$:

$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \quad \bar{x} \not\leq_c \bar{x}_{i,G+1} \\ \wedge \\ \forall (\bar{x}_{i,G+1} : \bar{x}_{i,G+1} \not\leq_c \bar{x}) \quad CD(\bar{x}) \leq CD(\bar{x}_{i,G+1}) \end{array} \right.$

Remove \bar{x}

$m = m - 1$

$G = G + 1$

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- O GDE3 também foi proposto originalmente com a mutação $\text{rand}/1$.
- Outras variantes de mutação da ED já foram propostas na literatura, contribuindo para a melhoria da sua performance em alguns problemas.
- Storn and Price (1997), por exemplo, menciona a possibilidade de uso da variante de mutação $\text{best}/2$. Já o algoritmo JADE (Zhang and Sanderson, 2009), o terceiro algoritmo baseado em ED com maior número de citações (Figura 1.1), apresenta a variante $\text{current-to-pbest}/1$. Simulações mostraram que o JADE foi melhor que os demais algoritmos utilizados pelos autores.

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Segundo (Suganthan et al., 2018), as seis variantes de mutação mais populares da ED são:

- $rand/1 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3})$

- $rand/2 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3}) + F(\mathbf{x}_{r4} - \mathbf{x}_{r5})$

- $best/1 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_b + F(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2})$

- $best/2 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_b + F(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2}) + F(\mathbf{x}_{r3} - \mathbf{x}_{r4})$

- $current - to - best/1 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_i + F(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_{r1}) + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3})$

- $current - to - pbest/1 : \mathbf{v} = \mathbf{x}_i + F(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_i) + F(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2})$

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Esse trabalho teve por objetivo analisar o desempenho do GDE3 quando acoplado à cada uma das 6 variantes descritas anteriormente na tentativa de identificar aquela que maximiza sua performance em problemas de otimização multiobjetivo.
- Não foram encontrados trabalhos na literatura utilizando o GDE3 com outras variantes. Até onde sabemos, isso ainda não foi testado.

Introdução

**Experimentos
Numéricos**

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

Três suites de problemas teste benchmark multiobjetivo foram adotados nesse trabalho:

- ZDTs (Zitzler et al., 2000): conjunto de 5 problemas com duas funções objetivos; (<https://pymoo.org/problems/multi/zdt.html>).
- DTLZs (Deb et al., 2001): conjunto de 7 problemas com três funções objetivos; (<https://pymoo.org/problems/many/dtlz.html>).
- WFGs (Huband et al., 2005): conjunto de 9 problemas com três funções objetivos; (<https://pymoo.org/problems/many/wfg.html>).

Introdução

**Experimentos
Numéricos**

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

O GDE3 foi implementado em Go language e executado trinta vezes em cada uma das variantes de mutação da ED em todos os problemas com os parâmetros da Tabela 1.

Table 1: Parâmetros

Problema	NP	Máximo de Gerações (G_{max})	D	CR	F
ZDT 1-6	100	100	30	0.9	0.5
DTLZ 1	100	250	7	0.1	0.5
DTLZ 2-6	100	250	12	0.1	0.5
DTLZ 7	50	250	22	0.1	0.5
WFG 1-9	100	250	24	0.1	0.5

Introdução

**Experimentos
Numéricos**

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

Os dois indicadores de performance de MOEAs a seguir foram adotados nesse trabalho:

- Hypervolume (Zitzler and Thiele, 1999): consiste na região dominada pela Frente de Pareto obtida até um ponto de referência;
- IGD+ (Ishibuchi et al., 2015): consiste na distância média da região dominada pela Frente de Pareto obtida até um conjunto referência;

Introdução

Experimentos Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

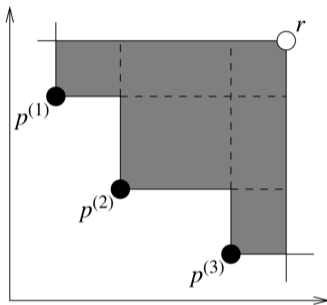


Figure 2.1: Hypervolume

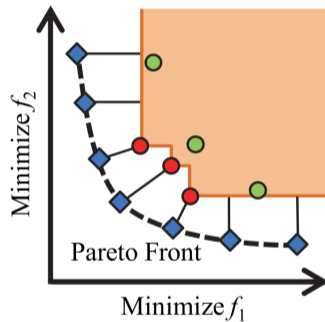


Figure 2.2: IGD+

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

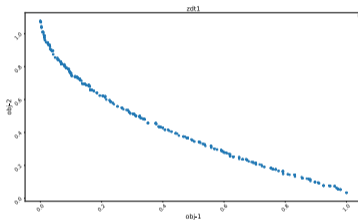


Figure 3.1: Plot ZDT1

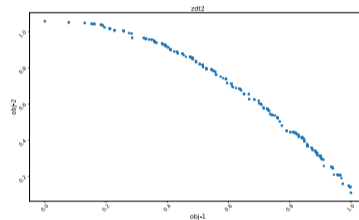


Figure 3.2: Plot ZDT2

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

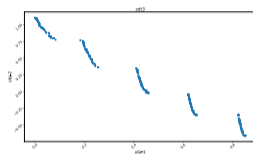


Figure 3.3: Plot ZDT3

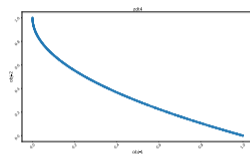


Figure 3.4: Plot ZDT4

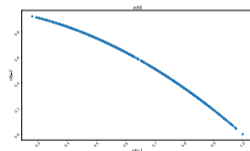


Figure 3.5: Plot ZDT6

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

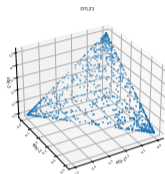


Figure 3.6: Plot DTLZ1

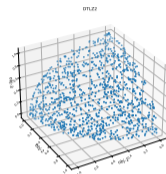


Figure 3.7: Plot DTLZ2

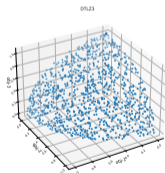


Figure 3.8: Plot DTLZ3

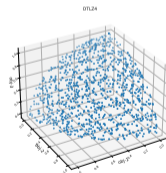


Figure 3.9: Plot DTLZ4

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

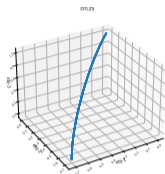


Figure 3.10: Plot DTLZ5

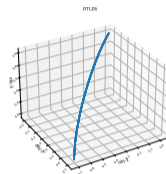


Figure 3.11: Plot DTLZ6

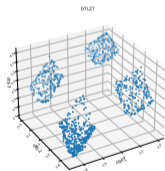


Figure 3.12: Plot DTLZ7

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

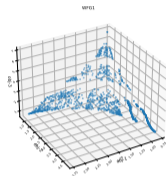


Figure 3.13: Plot WFG1

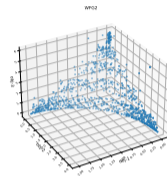


Figure 3.14: Plot WFG2

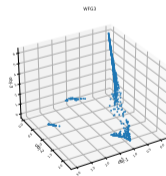


Figure 3.15: Plot WFG3

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

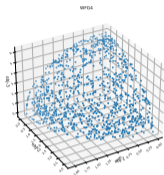


Figure 3.16: Plot WFG4

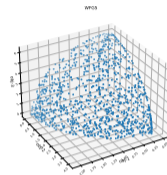


Figure 3.17: Plot WFG5

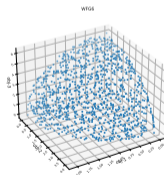


Figure 3.18: Plot WFG6

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

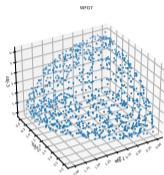


Figure 3.19: Plot WFG7

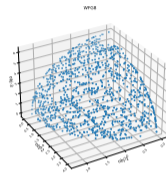


Figure 3.20: Plot WFG8

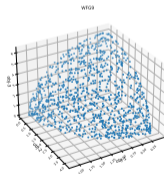


Figure 3.21: Plot WFG9

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

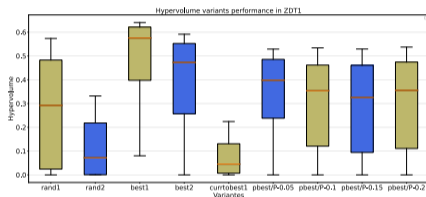


Figure 3.22: Hypervolume ZDT1

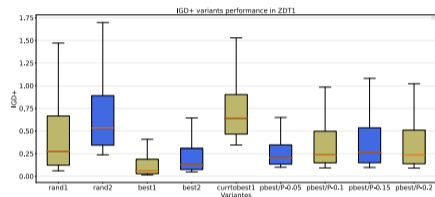


Figure 3.23: IGD+ ZDT1

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

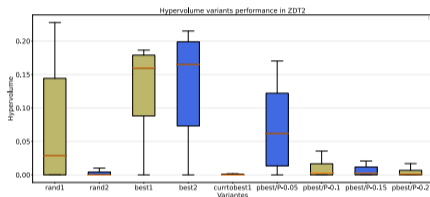


Figure 3.24: Hypervolume ZDT2

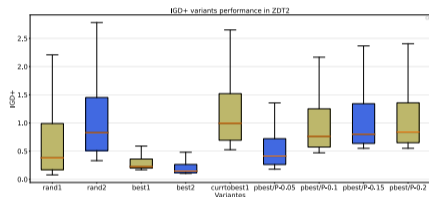


Figure 3.25: IGD+ ZDT2

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

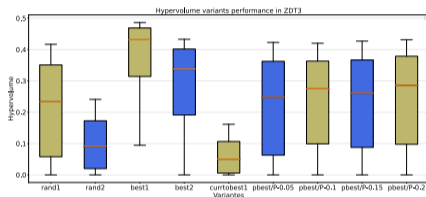


Figure 3.26: Hypervolume ZDT3

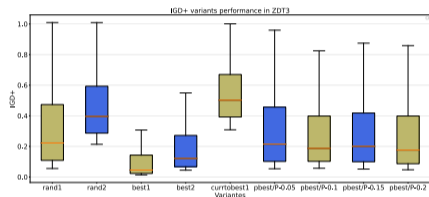


Figure 3.27: IGD+ ZDT3

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

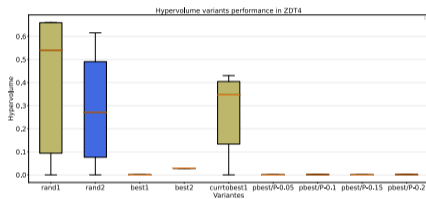


Figure 3.28: Hypervolume ZDT4

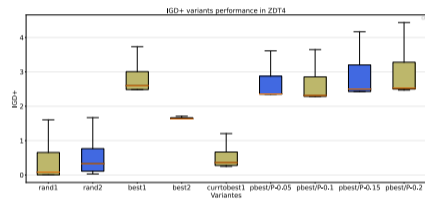


Figure 3.29: IGD+ ZDT4

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

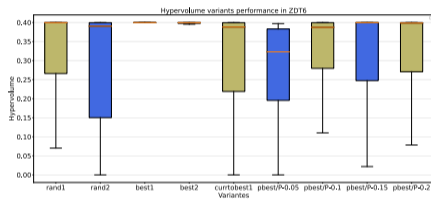


Figure 3.30: Hypervolume ZDT6

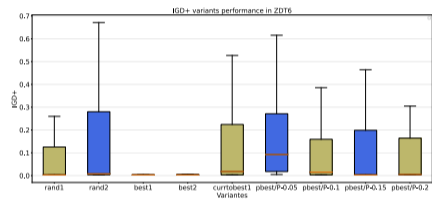


Figure 3.31: IGD+ ZDT6

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

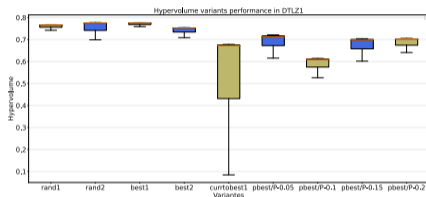


Figure 3.32: Hypervolume DTLZ1

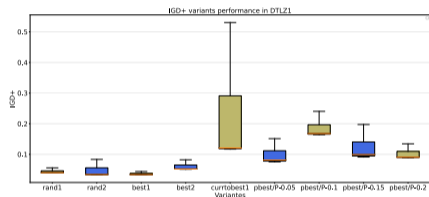


Figure 3.33: IGD+ DTLZ1

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

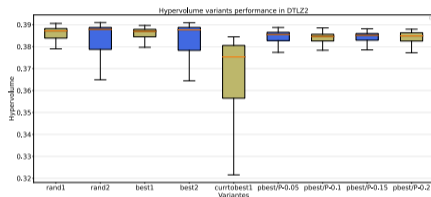


Figure 3.34: Hypervolume DTLZ2

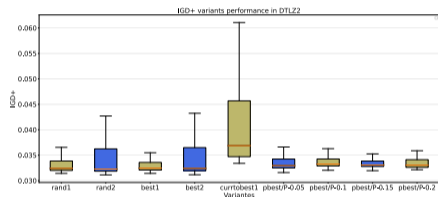


Figure 3.35: IGD+ DTLZ2

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

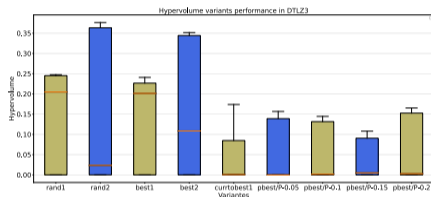


Figure 3.36: Hypervolume DTLZ3

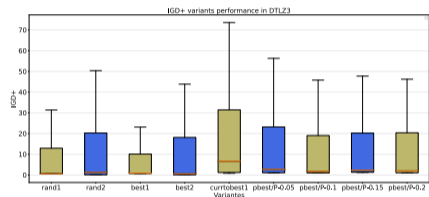


Figure 3.37: IGD+ DTLZ3

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

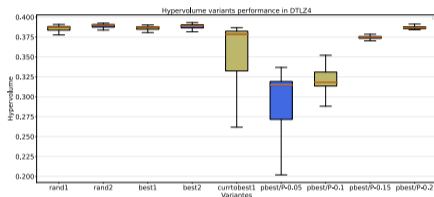


Figure 3.38: Hypervolume DTLZ4

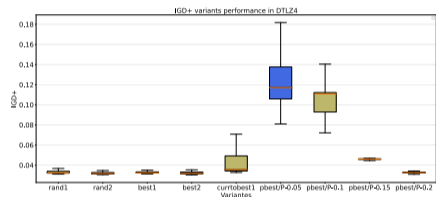


Figure 3.39: IGD+ DTLZ4

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

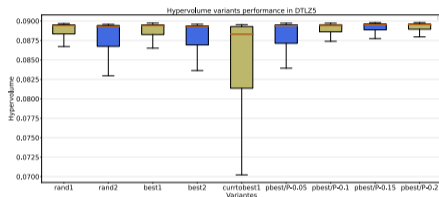


Figure 3.40: Hypervolume DTLZ5

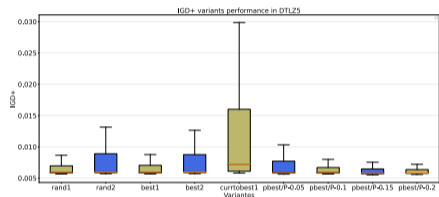


Figure 3.41: IGD+ DTLZ5

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

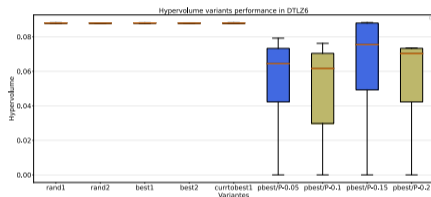


Figure 3.42: Hypervolume DTLZ6

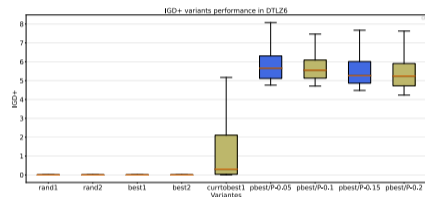


Figure 3.43: IGD+ DTLZ6

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

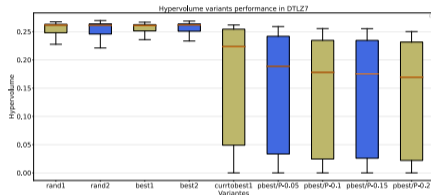


Figure 3.44: Hypervolume DTLZ7

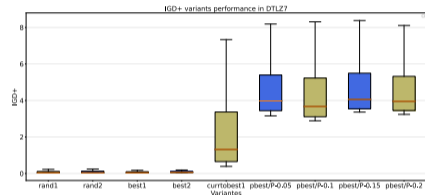


Figure 3.45: IGD+ DTLZ7

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

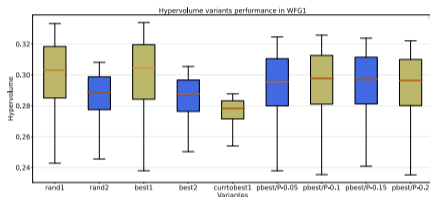


Figure 3.46: Hypervolume WFG1

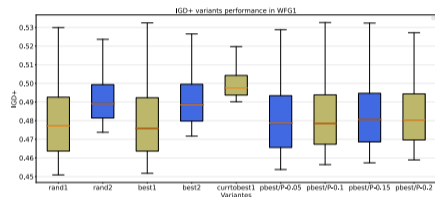


Figure 3.47: IGD+ WFG1

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

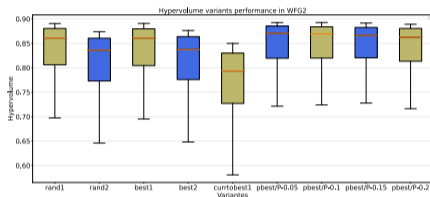


Figure 3.48: Hypervolume WFG2

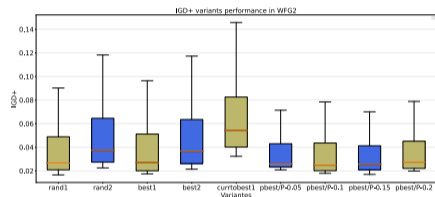


Figure 3.49: IGD+ WFG2

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

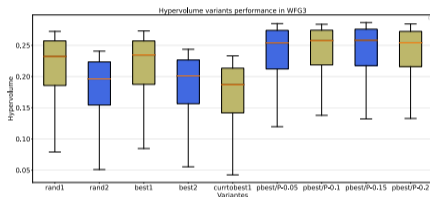


Figure 3.50: Hypervolume WFG3

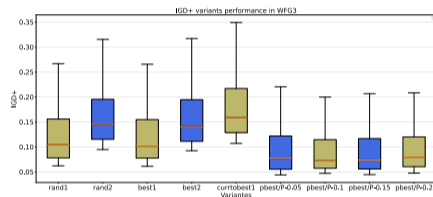


Figure 3.51: IGD+ WFG3

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

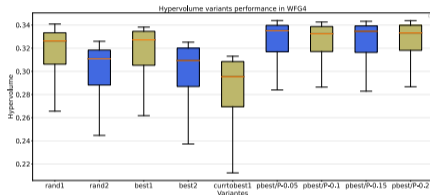


Figure 3.52: Hypervolume WFG4

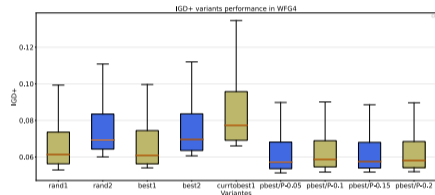


Figure 3.53: IGD+ WFG4

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

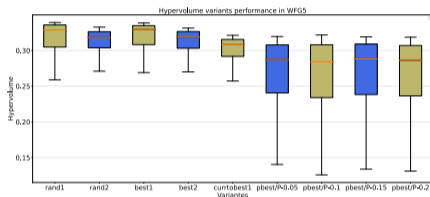


Figure 3.54: Hypervolume WFG5

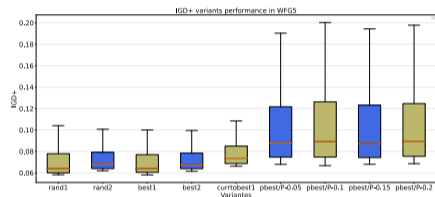


Figure 3.55: IGD+ WFG5

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

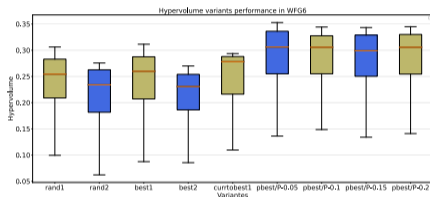


Figure 3.56: Hypervolume WFG6

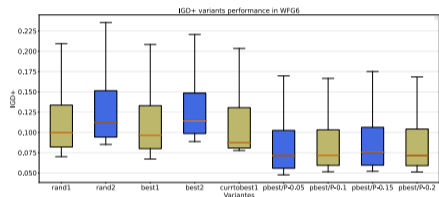


Figure 3.57: IGD+ WFG6

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

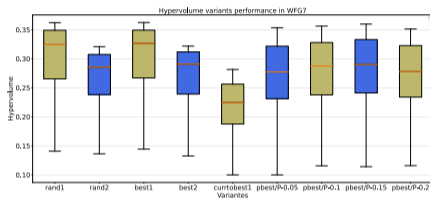


Figure 3.58: Hypervolume WFG7

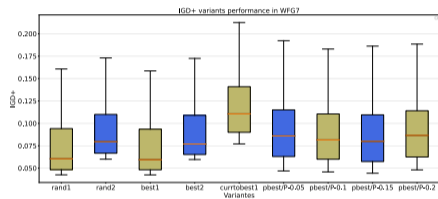


Figure 3.59: IGD+ WFG7

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

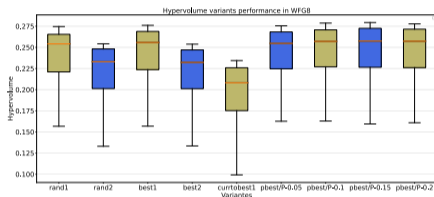


Figure 3.60: Hypervolume WFG8

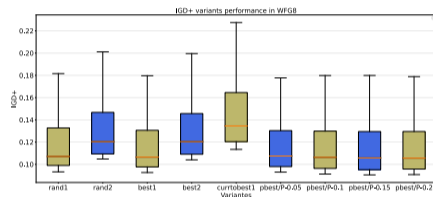


Figure 3.61: IGD+ WFG8

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS

ZDT

DTLZ

WFG

Conclusões

References

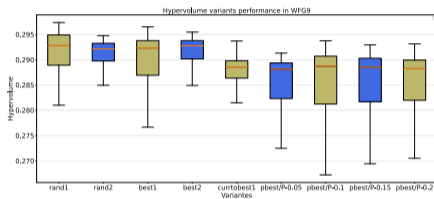


Figure 3.62: Hypervolume WFG9

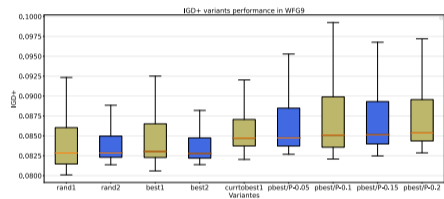


Figure 3.63: IGD+ WFG9

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Em geral, para o suite ZDT foi identificado que o GDE3 com as variantes de mutação best/1 e best/2 obtiveram as melhores medianas nos indicadores Hypervolume e IGD+ para o conjunto de dados analisado, sendo superado apenas no problema ZDT4 pelas variantes de mutação rand/1, rand/2 e current_to_best/1 nas duas medidas de performance.
- Para o suite DTLZ, as variantes de mutação rand/1, rand/2, best/1 e best/2 obtiveram as melhores medianas nos indicadores de performance hypervolume e IGD+. Nos problemas DTLZ6 e DTLZ7 é possível observar que as variantes de mutação pbest tiveram suas medianas com valores inferiores das demais variantes em ambas as medidas.

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Finalmente, no suite WFG foi observado que as variantes de mutação pbest geralmente apresentaram as melhores medianas em ambas as medidas.
- Em geral todas as variantes de mutação foram competitivas entre si e não foi identificada uma única que se destaca das demais em todos os problemas.

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Os resultados desse trabalho foram apresentados no XXIV Encontro Nacional de Modelagem Computacional (XXIV ENMC) realizado entre os dias 13 a 15 de Outubro de 2021.
- Foi criada um biblioteca open-source em Go, contendo a implementação do algoritmo analisado e as definições dos problemas (disponível em <https://github.com/nicholaspcr/GDE3>).

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Uma análise estatística com testes de Wilcoxon para identificar se as diferenças observadas pelos boxplots são estatisticamente significativas.
- Perfis de Desempenho para identificar a variante de mutação que tem o melhor desempenho global.
- Pode-se avaliar futuramente novas variantes e/ou propor um *ensemble* de variantes tais como proposto em Suganthan et al. (2018).
- Realizar o mesmo teste feito neste trabalho para problemas do tipo *Many-objective optimization* (mais de 3 funções objetivos).

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Bilal, Pant, M., Zaheer, H., Garcia-Hernandez, L., and Abraham, A. (2020). Differential evolution: A review of more than two decades of research. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 90:103479.
- Deb, K., Thiele, L., Laumanns, M., and Zitzler, E. (2001). Scalable test problems for evolutionary multi-objective optimization. *ITIK – ETH*, 35(112):8092–8093.
- Huband, S., Barone, L., While, L., and Hingston, P. (2005). A scalable multi-objective test problem toolkit. *springer Verlag*, 0(3410):280–295.
- Ishibuchi, H., Masuda, H., Tanigaki, Y., and Nojima, Y. (2015). Modified distance calculation in generational distance and inverted generational distance. In Gaspar-Cunha, A., Henggeler Antunes, C., and Coello, C. C., editors, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pages 110–125, Cham. Springer International Publishing.

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

- Kukkonen, S. and Lampinen, J. (2005). Gde3: the third evolution step of generalized differential evolution. In *2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, volume 1, pages 443–450 Vol.1.
- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11:341–359.
- Suganthan, P., Wu, G., Shen, X., Li, H., Chen, H., and Lin, A. (2018). Ensemble of differential evolution variants. *Information Sciences*, 423:172–186.
- Zhang, J. and Sanderson, A. C. (2009). Jade: Adaptive differential evolution with optional external archive. *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION*, 13(5):945–958.

Introdução

Experimentos
Numéricos

Resultados

PLOTS
ZDT
DTLZ
WFG

Conclusões

References

Zitzler, E., Deb, K., and Thiele, L. (2000). Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. *Evolutionary Computation*, 8(2):173–195.

Zitzler, E. and Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4):257–271.

Thank You!



Nicholas Cristofaro
nicholaspcr@gmail.com